



CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”
Etapa locală, 19.02.2017
Filiera teoretică: profil umanist
BAREM DE CORECTARE ȘI NOTARE

Clasa a IX-a

1.

a) Rezolvați ecuația: $\left\{\frac{7}{2}\right\}x + (\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1) + [3^3 - 2^3 + 4^0 + \frac{3}{4}] = \frac{3}{2}x - 6,$

unde $\{x\}$ reprezintă partea fracționară a numărului x și $[x]$ reprezintă partea întregă a numărului x .

b) Rezolvați ecuația: $|3-x| + 2|2x-1| = 4.$

Soluție:

a) Aducem ecuația la o formă mai simplă.....2p

$$\left\{\frac{7}{2}\right\} = \frac{1}{2}; (\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1) = \sqrt{3}^2 - 1 = 3 - 1 = 2; [3^3 - 2^3 + 4^0 + \frac{3}{4}] = [27 - 8 + 1 + \frac{3}{4}] =$$

$$\left[20 + \frac{3}{4}\right] = 20. \text{ Obținem } \frac{1}{2}x + 22 = \frac{3}{2}x - 6$$

Rezolvăm ecuația obținută.....1p

$$\frac{1}{2}x - \frac{3}{2}x = -6 - 22; x = 28$$

b) Explicităm modulele cu ajutorul definiției.....2x0,8p

$$|3-x| = \begin{cases} 3-x, & x \leq 3 \\ -3+x, & x > 3 \end{cases}; |2x-1| = \begin{cases} 2x-1, & x \geq \frac{1}{2} \\ -2x+1, & x < \frac{1}{2} \end{cases}$$

Rezolvăm ecuațiile obținute și aflăm soluțiile.....3x0,8p

$$I) \quad x \in (-\infty, \frac{1}{2}]: -5x + 5 = 4, \quad x = \frac{1}{5} \in (-\infty, \frac{1}{2}]$$

$$II) \quad x \in (\frac{1}{2}, 3]: 3x + 1 = 4, \quad x = 1 \in (\frac{1}{2}, 3]$$

$$x \in (3, +\infty) : 5x - 5 = 4, \quad x = \frac{9}{5} \notin (3, +\infty)$$

2. Să se rezolve ecuația $\left[\frac{x+2}{2}\right] = \frac{x+2}{4}$

Soluție:

Impunerea notației $\frac{x+2}{4} = k, k \in \mathbb{Z} \Rightarrow x = 4k - 2, k \in \mathbb{Z}$ 1p

Explicitarea părții întregi $k \leq \frac{4k-4}{3} < k + 1, k \in \mathbb{Z}$ 2p

$k \in \{4, 5, 6\} \Rightarrow x \in \{14, 18, 22\}$ 2p.

3. Între 21 și 29 iulie inclusiv, într-o anumită zonă a țării, temperatura aerului crește zilnic cu $0,4^\circ$. Dacă temperatura medie din acest interval este de $29,6^\circ$, determinați temperatura aerului din ziua de 28 iulie.

Soluție:

Observăm că avem o progresie aritmetică cu rația 0,4.

$$\frac{S_9}{9} = 29,6 \Rightarrow S_9 = 266,4 \quad \text{dar } S_9 = \frac{(a_1 + a_9) \cdot 9}{2} \dots\dots\dots 2p$$

$$S_9 = \frac{(2a_1 + 8r) \cdot 9}{2}, \text{ atunci } 59,2 = 2a_1 + 8 \cdot 0,4, \text{ deci } a_1 = 28^\circ \dots\dots\dots 2p$$

Temperatura medie în ziua de 28 iulie este: $a_8 = a_1 + 7r; a_8 = 28 + 2,8 = 30,8^\circ \dots\dots 3p$

4. Fie un parulater MNPQ și A, B, C, D mijloacele laturilor (MN), (NP), (PQ), respectiv (QM).

a) Arătați că $\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{MQ} + \overrightarrow{NP})$ și $\overrightarrow{DB} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{QP})$.

b) Arătați că $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{MP}$.

Soluție:

a) $\overrightarrow{MQ} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CQ}$

$\overrightarrow{NP} = \overrightarrow{NA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CP}$. Adunând relațiile avem:

$\overrightarrow{MQ} + \overrightarrow{NP} = (\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{NA}) + 2\overrightarrow{AC} + (\overrightarrow{CQ} + \overrightarrow{CP}) = 2\overrightarrow{AC}$, deoarece

$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{NA} = \vec{0}$ și $\overrightarrow{CQ} + \overrightarrow{CP} = \vec{0}$. De aici concluzia: $\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{MQ} + \overrightarrow{NP}) \dots\dots\dots 2p$

$\overline{MN} = \overline{MD} + \overline{DB} + \overline{BN}$ și $\overline{QP} = \overline{QD} + \overline{DB} + \overline{BP}$. Adunând relațiile avem:

$$\overline{MN} + \overline{QP} = (\overline{MD} + \overline{QD}) + 2\overline{DB} + (\overline{BN} + \overline{BP}) = 2\overline{DB}, \text{ deoarece}$$

$$\overline{MD} + \overline{QD} = \vec{0} \text{ și } \overline{BN} + \overline{BP} = \vec{0}. \text{ De aici concluzia: } \overline{DB} = \frac{1}{2}(\overline{MN} + \overline{QP}) \dots\dots\dots 2p$$

b) Adunând relațiile de la punctul a) avem:

$$2(\overline{AC} + \overline{DB}) = \overline{MQ} + \overline{QP} - \overline{NM} - \overline{PN} \dots\dots\dots 1p$$

$$\text{Dar } \vec{0} = \overline{MQ} + \overline{QP} + \overline{PN} + \overline{NM}$$

Adunând relațiile obținem $2(\overline{AC} + \overline{DB}) = 2(\overline{MQ} + \overline{QP}) = 2\overline{MP}$. De aici concluzia.

$$\overline{AC} + \overline{DB} = \overline{MP} \dots\dots\dots 2p$$